

8 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.
Все задания по 7 баллов.

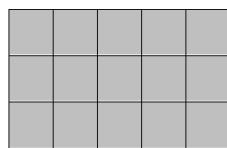
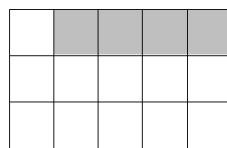
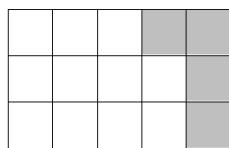
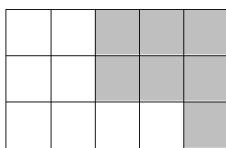
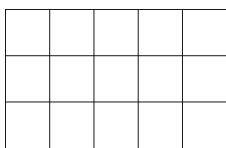
8.1. Числа a, b, c удовлетворяют условию:

$$a + b = a^2 + b^2 = a^3 + b^3 = c.$$

Найдите все возможные значения c , и докажите, что других нет.

8.2. Дан квадрат со стороной 1. Найдите в плоскости квадрата множество точек, удовлетворяющих условию: сумма расстояний от этих точек до диагоналей квадрата равна 2. (Расстояние до диагонали равно расстоянию до прямой, на которой лежит диагональ).

8.3. Костя нарисовал прямоугольник 3×5 . Первым ходом Костя отмечал любую клетку прямоугольника, и вырезал её, и все клетки, которые лежат правее, или выше, или выше и правее. Потом он делал то же самое с оставшейся частью, и так продолжалось до тех пор, пока все клетки не были вырезаны. Костя играл несколько раз, а Маша зарисовывала картинки, которые получались после каждого хода. На рисунке показаны 5 таких картинок, возможно, из разных игр (серым закрашены вырезанные части). Сколько всего разных картинок может зарисовать Маша?



8.4. Известно, что число $a^2 + b^2$ делится на 3, a и b – натуральные числа. Найдите остаток от деления на 3 числа $2a^2 + 4ab + 5b^2 + 7a + b + 1$.

8.5. Внутри треугольника ABC с углами $\angle A = \angle C = 65^\circ$ выбрана точка M так, что $\angle AMC = 100^\circ$. На отрезке AM есть такая точка K , что $\angle BKM = 50^\circ$, в этой точке K сидит муха. К мухе ползут два паука, один из точки B , другой из точки C . Какой путь длиннее, BK или CK ?