10 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.
Все задания по 7 баллов.

10.1. Уравнение $x^2+mx+n=0$ имеет два действительных корня. Числа, обратные к его корням $\left(\frac{1}{x_1}\text{ и }\frac{1}{x_2}\right)$, являются корнями уравнения $x^2+(6m+1)x+(6n+1)=0$. Найдите m и n.

10.2. Коля написал у себя в тетради 4 различных натуральных числа. После этого он выбежал к доске и написал все попарные суммы чисел из тетради. Какое наибольшее количество простых чисел может быть на доске?

10.3. Десять волейбольных команд участвовали в однокруговом турнире (каждая команда играла по одному разу со всеми остальными). В волейболе, если матч заканчивается со счетом $3:0$ или $3:1$, то выигравшая команда получает 3 очка, а проигравшая – 0 очков. Если же матч заканчивается со счетом $3:2$, то команды получают соответственно 2 и 1 очко. Про один из матчей известно, что в нем было сыграно 5 партий. По окончании турнира оказалось, что первая команда опередила вторую на столько же очков, на сколько вторая опередила третью, третья четвёртую, ..., предпоследняя последнюю. Сколько очков набрала команда, занявшая первое место?

10.4. Про положительные числа a, b и c известно, что $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}+\frac{2}{a+b+c}=1$. Докажите, что $abc\geq 8$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром O, при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S. Окружность, проходящая через точки A, O и C, пересекает отрезок CD в точке M, отличной от точки C. Докажите, что M – середина отрезка DS.